

VEREIN  
DEUTSCHER  
INGENIEURE

Auslegung ebener Kurvengetriebe  
Berechnungsmodule für Kurven- und  
Koppelgetriebe

VDI 2142

Blatt 2

Construction of planar cam mechanisms  
Calculation modules for cam and  
crank mechanisms

Inhalt	Seite	Seite
Vorbemerkung . . . . .	2	
Einleitung . . . . .	2	
<b>1 Anwendungsbereich . . . . .</b>	<b>3</b>	
<b>2 Formelzeichen und Abkürzungen . . . . .</b>	<b>3</b>	
<b>3 Grundlagen der vektoriellen und komplexen Schreibweise . . . . .</b>	<b>4</b>	
3.1 Einführung . . . . .	4	
3.2 Schreibweise, Orthogonaloperator . . . . .	6	
3.3 Vektorprodukt, komplexes Produkt, geometrische Deutung . . . . .	7	
3.4 Ableitungen . . . . .	9	
3.5 Kurvendarstellung, Tangente, Normale und Äquidistante . . . . .	11	
3.6 Krümmung, Evolute und Hüllkurven . . . . .	12	
<b>4 Grundaufgaben zur kinematischen Analyse . . . . .</b>	<b>13</b>	
4.1 Definitionen und Bezeichnungs-Systematik . . . . .	13	
4.2 Übertragungsfunktionen (ÜF) für Dreh- und Rollenmittelpunkte . . . . .	13	
4.3 Übertragungsfunktionen (ÜF) für Schubgelenke . . . . .	14	
4.4 Übertragungsfunktionen (ÜF) für elementare Zweischläge. . . . .	15	
4.4.1 Zweischlag mit drei Drehgelenken (DDD) . . . . .	15	
4.4.2 Zweischlag mit zwei Drehgelenken und einem Schubgelenk (DDS) . . . . .	16	
4.4.3 Zweischlag mit zwei Schubgelenken und einem Drehgelenk (SSD) . . . . .	17	
4.4.4 Zweischlag mit zwei Drehgelenken und einem Koppel-Schubgelenk (DSD). . . . .	18	
4.4.5 Zweischlag mit zwei Schubgelenken und einem Koppel-Drehgelenk (SDS). . . . .	19	
4.4.6 Gliedergruppen mit konstanter Übersetzung . . . . .	20	
4.5 Kurvenprofil und Krümmung. . . . .	21	
4.5.1 Durch kreisförmiges Eingriffsglied erzeugtes Kurvenprofil. . . . .	21	
4.5.2 Durch flaches Eingriffsglied erzeugtes Kurvenprofil. . . . .	22	
4.6 Übertragungswinkel für Rollenhebel und Rollenstößel . . . . .	23	
4.7 Relativpolbahnen der ebenen Bewegung . . . . .	24	
<b>5 Berechnungsmodule . . . . .</b>	<b>24</b>	
5.1 Vorbemerkung . . . . .	24	
5.2 Prinzipielle Vorgehensweise der Modulmethode . . . . .	25	
5.3 Generelle Aufruffolge der Modulmethode . . . . .	25	
5.3.1 Bewegungs- und Übertragungsfunktionen . . . . .	27	
5.3.2 Beispiel zur Vorgehensweise der Modulmethode. . . . .	27	
5.3.3 Numerisches Näherungsverfahren für höhere Gliedergruppen. . . . .	32	
5.4 Aufbau der Modulbeschreibungen . . . . .	34	
<b>Anhang A Beschreibung der Kinematik-Berechnungsmodule. . . . .</b>	<b>36</b>	
A1 ANT_D Drehantrieb . . . . .	36	
A2 ANT_S Schubantrieb . . . . .	37	
A3 FUN_D Gliedwinkelfunktionen . . . . .	38	
A4 FUN_S Schubwegfunktionen . . . . .	39	
A5 FUN_P Führungsbahnfunktionen . . . . .	40	
A6 GLK_P Absolute Gelenkbahn bezüglich des Gestells . . . . .	41	

VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP)

Fachbereich Getriebe und Maschinenelemente

VDI-Handbuch Getriebetechnik I: Ungleichförmig übersetzte Getriebe

	Seite		Seite
A7 GLK_S	Absolute Bahn eines Schubgelenks. . . . .	A18 LIN_DD	Konstante Übersetzung zwischen zwei Gliedwinkeln (Räderpaar) . . . . .
A8 GLK_R	Relative Gelenkbahn bezüglich eines Glieds . . . . .	A19 LIN_DS	Konstante Übersetzung zwischen Gliedwinkel und Schubstrecke (Zahnstange) . . . . .
A9 GLK_Q	Kurvenprofil aus RMB-Äquidistante und Krümmung . . . . .	A20 LIN_SD	Konstante Übersetzung zwischen Schubstrecke und Gliedwinkel (Zahnstange) . . . . .
A10 GLK_G	Kurvenprofil aus Geraden-Hüllbahn und Krümmung . . . . .	A21 POL_R1	Relativpolbahnen für zwei Glieder . . . . .
A11 GLK_UD	Übertragungswinkel am Rollenhebel . . . . .		
A12 GLK_US	Übertragungswinkel am Rollenstößel . . . . .	<b>Anhang B</b>	<b>Hilfsblätter für Kinematik-Berechnungsmodule . . . . .</b>
A13 EG_DDD	Zweischlag mit drei Drehgelenken . . . . .	B1 DROT	Rotationsableitungen des rotierenden Einheitszeigers $e^{i\psi}$ . . . . .
A14 EG_DDS	Zweischlag mit zwei Drehgelenken und einem Anschluss-Schubgelenk . . . . .	B2 DROTW	Rotationsableitungen des rotierenden Zeigers $w$ . . . . .
A15 EG_DSD	Zweischlag mit zwei Drehgelenken und einem Koppel-Schubgelenk . . . . .	B3 ZLIN	Komplexe lineare Gleichung mit reellen Unbekannten. . . . .
A16 EG_SSD	Zweischlag mit zwei Schubgelenken und einem Drehgelenk . . . . .	B4 UEF_BF	Umrechnung von Übertragungsfunktionen in Bewegungsfunktionen . . . . .
A17 EG_SDS	Zweischlag mit zwei Schubgelenken und einem Koppel-Drehgelenk . . . . .	Schrifttum . . . . .	66

**Vorbemerkung**

Der Inhalt dieser Richtlinie ist entstanden unter Beachtung der Vorgaben und Empfehlungen der Richtlinie VDI 1000.

Alle Rechte, insbesondere die des Nachdrucks, der Fotokopie, der elektronischen Verwendung und der Übersetzung, jeweils auszugsweise oder vollständig, sind vorbehalten.

Die Nutzung dieser VDI-Richtlinie ist unter Wahrung des Urheberrechts und unter Beachtung der Lizenzbedingungen ([www.vdi-richtlinien.de](http://www.vdi-richtlinien.de)), die in den VDI-Merkblättern geregelt sind, möglich.

Allen, die ehrenamtlich an der Erarbeitung dieser VDI-Richtlinie mitgewirkt haben, sei gedankt.

Eine Liste der aktuell verfügbaren Blätter dieser Richtlinienreihe ist im Internet abrufbar unter [www.vdi.de/2142](http://www.vdi.de/2142).

**Einleitung**

Nach der Erstausgabe der Fassung von November 2008 wurden beim Anwenden der Grundlagen und Berechnungsmodule im Rahmen der Bearbeitung von VDI 2142 Blatt 3 zahlreiche Änderungs- und Korrekturvorschläge gesammelt. Diese wurden eingearbeitet, sodass nun die Richtlinie als Neuerscheinung zur Verfügung steht.

Kurvengetriebe-Lösungen haben in der modernen Antriebstechnik nach wie vor einen hohen Stellenwert. So zeigt Bild 1 das kinematische Wirkprinzip eines neuartigen Ventilgetriebes mit der Möglichkeit einer stufenlosen Verstellung des Ventilhubs für Verbrennungsmotoren [12; 13], der inzwischen in Großserie gefertigt wird und den Nachteil der hohen Verlustleistung der Drosselklappe durch den variablen Einlassventilhub eliminiert [14].

Für die Auslegung der unterschiedlichsten Bauformen hochwertiger Kurvengetriebe werden u.a. leistungsfähige Berechnungsgrundlagen benötigt, die den stark iterativ geprägten Konstruktionsprozess am Rechnerarbeitsplatz unterstützen.

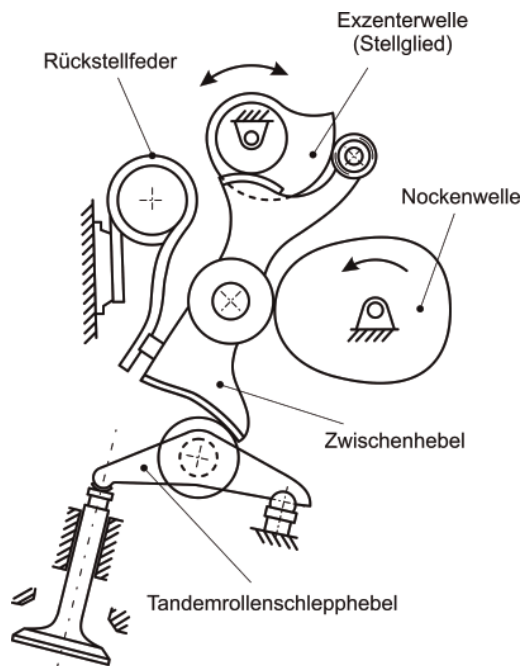


Bild 1. Wirkprinzip eines Übertragungskurvengetriebes für die variable Ventilhubverstellung

Die Richtlinie VDI 2142 Blatt 1 enthält umfassende Konstruktionsgrundlagen zur Auswahl und Berechnung der vorwiegend dreigliedrigen **Übertragungskurvengetriebe (ÜKG)** bis hin zur Fertigung ihrer ebenen Kurvenkörper. Dies geschieht dort noch durch die recht anschauliche Zeichnungsfolge-Methode, die den Einstieg in die Theorie der Kurvenscheiben erleichtert. Die Methode ist jedoch u. a. mit hohem manuellem Aufwand und erschwertem Überblick der Grenz- und Sonderlagen solcher Getriebe verbunden.

Die Richtlinie VDI 2741 stellt Methoden und Hilfen zur Auslegung von **Führungskurvengetrieben (FKG)** bereit, deren Strukturen in der Regel auch Elemente von Gelenk- und/oder Rädergetrieben enthalten. Letztere beeinflussen maßgeblich die Kurvenscheibenprofile, weshalb zusätzliche Berechnungsbausteine benötigt werden, die zurzeit in aufbereiteter Form nicht verfügbar sind.

### 1 Anwendungsbereich

Da das Zerlegen einer Getriebestruktur in Elementargruppen – wie in der Richtlinie VDI 2729 prinzipiell vorgestellt – das Erstellen leistungsfähiger Berechnungsmodule für die kinematische Analyse beliebiger Übertragungskurvengetriebe **und** Führungskurvengetriebe gestattet [1; 2], steht in der vorliegenden Richtlinie die Bereitstellung der hierzu notwendigen Berechnungsmodule im Mittelpunkt.

Zunächst wird der gewählte mathematische Weg, hier die Methode der komplexen Zahlen, erläutert und da-

nach konsequent für die differenzialgeometrischen Beziehungen der Elementargruppen und der Gesamtstruktur verwendet. Das Ergebnis ist ein in sich schlüssig abgestimmter Block von Formelsätzen, die anhand des vorliegenden Getriebeaufbaus einer Aufgabenstellung zu einer geeigneten Abfolge zusammengestellt und ausgewertet werden können.

So lassen sich die kinematischen Größen der dreigliedrigen ÜKG mit Rollenhebel, Rollenstößel, Flachhebel und Flachstößel bestimmen und ihre Kurvenscheibenprofile berechnen.

Ebenso ist die Analyse beliebiger FKG-Bauarten möglich, die in der Regel Elemente von Gelenkgetrieben und gegebenenfalls Rädergetrieben enthalten. Am Beispiel eines einfachen Führungskurvengetriebes werden Vorgehensweise und Berechnungsergebnisse der Modulmethode detailliert vorgestellt.

In der Richtlinie VDI 2142 Blatt 3 werden ausgearbeitete Praxisbeispiele behandelt, damit der Benutzer für die eigene Vorgehensweise eine Kontrollmöglichkeit für das Überprüfen der Zahlenwerte und Funktionenverläufe bekommt.

## 2 Formelzeichen und Abkürzungen

### Formelzeichen

In dieser Richtlinie werden die nachfolgend aufgeführten Formelzeichen verwendet:

Formelzeichen	Benennung	Einheit
$d^{(n)}(\psi)$	Rotationsableitungen des um den Winkel $\psi$ rotierenden Einheitszeigers $e^{i\psi}$	
$D^{(n)}(\psi, w)$	Rotationsableitungen des um den Winkel $\psi$ rotierenden Zeigers $w$	
$e$	Euler'sche Zahl	
$\vec{e}$	Einheitsvektor im globalen $x$ - $y$ -System	1
$F$	Laufgrad	1
$i$	imaginäre Einheit, $i = \sqrt{-1}$	
$i_{12}$	Übersetzung zwischen Zahnrad 1 und Zahnrad 2	1
$i_s$	Zählindex (bezüglich der Zeit $t$ oder bezüglich einer anderen Koordinate – wie $\varphi$ oder $w$ )	1
$\vec{k}$	Einheitsvektor im lokalen $u$ - $v$ -System	1
$K_L$	Lagekennzahl	$\pm 1$
$M$	Bewegungstabelle	
$l_1, l_2$	Längen in den Zweischlägen	mm
$l_v$	Versetzung	mm
$\vec{r}$	Ortsvektor	mm