

Die deutsche Version dieser Richtlinie ist verbindlich.

The German version of this standard shall be taken as authoritative. No guarantee can be given with respect to the English translation.

Inhalt	Seite
Vorbemerkung.....	2
Einleitung.....	2
1 Anwendungsbereich.....	3
2 Begriffe.....	4
3 Formelzeichen und Abkürzungen.....	5
4 Einfache Erneuerungsprozesse.....	9
4.1 Dauer bis zur <i>i</i> -ten Erneuerung.....	9
4.2 Anzahl der Erneuerungen in einem Zeitintervall.....	11
4.3 Erneuerungsfunktion.....	11
4.4 Erneuerungssätze.....	12
4.5 Vorwärtsrekurrenzdauer.....	15
5 Allgemeine Erneuerungsprozesse.....	18
5.1 Grundlagen.....	18
5.2 Größen und Funktionen.....	19
5.3 Stationarität.....	21
6 Alternierende Erneuerungsprozesse.....	23
6.1 Grundlagen.....	23
6.2 Größen und Funktionen.....	25
6.3 Allgemeiner alternierender Erneuerungsprozess und Stationarität.....	26
7 Anwendungen einfacher sowie allgemeiner Erneuerungsprozesse.....	32
7.1 Stand-by-Redundanz mit kritischem Umschalter.....	32
7.2 Funktionsprüfungen zu zufälligen Zeitpunkten.....	34
8 Anwendungen alternierender Erneuerungsprozesse.....	37
8.1 Wahrscheinlichkeit des gewünschten der beiden Zustände.....	37
8.2 Ununterbrochene Funktionsfähigkeit während eines vorgegebenen Zeitintervalls.....	39
8.3 Summe aller Dauern bis zur Wiederherstellung in einem Intervall.....	40
Anhang A Faltung.....	43
Anhang B Wahrscheinlichkeit der Anzahl der Erneuerungspunkte in einem Zeitintervall.....	44
Anhang C Vorwärtsrekurrenzdauer.....	44
Anhang D Asymptotische Verteilungsfunktion der Vorwärtsrekurrenzdauer.....	45
Anhang E Momente der asymptotischen Verteilung der Vorwärtsrekurrenzdauer.....	46
Schrifttum.....	47

Contents	Page
Preliminary note.....	2
Introduction.....	2
1 Scope.....	3
2 Terms and definitions.....	4
3 Symbols and abbreviations.....	5
4 Simple renewal processes.....	9
4.1 Time to the <i>i</i> -th renewal.....	9
4.2 Number of renewals in a time interval.....	11
4.3 Renewal function.....	11
4.4 Renewal theorems.....	12
4.5 Forward recurrence time.....	15
5 General renewal processes.....	18
5.1 Fundamentals.....	18
5.2 Variables and functions.....	19
5.3 Stationary processes.....	21
6 Alternating renewal processes.....	23
6.1 Fundamentals.....	23
6.2 Variables and functions.....	25
6.3 General alternating renewal process and stationary processes.....	26
7 Applications of simple and general renewal processes.....	32
7.1 Standby redundancy with a critical switch.....	32
7.2 Function tests at random points in time.....	34
8 Applications of alternating renewal processes.....	37
8.1 Probability of the functioning state.....	37
8.2 Uninterrupted functionality during a prescribed time interval.....	39
8.3 Sum of all times to restoration in an interval.....	40
Annex A Convolution.....	43
Annex B Probability of a given number of renewal points in an interval.....	44
Annex C Forward recurrence time.....	44
Annex D Asymptotic distribution function of the forward recurrence time.....	45
Annex E Moments of the asymptotic distribution of the forward recurrence time.....	46
Bibliography.....	47

Vorbemerkung

Der Inhalt dieser Richtlinie ist entstanden unter Beachtung der Vorgaben und Empfehlungen der Richtlinie VDI 1000.

Alle Rechte, insbesondere die des Nachdrucks, der Fotokopie, der elektronischen Verwendung und der Übersetzung, jeweils auszugsweise oder vollständig, sind vorbehalten.

Die Nutzung dieser Richtlinie ist unter Wahrung des Urheberrechts und unter Beachtung der Lizenzbedingungen (www.vdi.de/richtlinien), die in den VDI-Merkblättern geregelt sind, möglich.

Allen, die ehrenamtlich an der Erarbeitung dieser Richtlinie mitgewirkt haben, sei gedankt.

Eine Liste der aktuell verfügbaren Blätter dieser Richtlinienreihe ist im Internet abrufbar unter www.vdi.de/4008.

Einleitung

Unter „Erneuerungsprozess“ wird der im Folgenden vorgestellte mathematische Erneuerungsprozess, ein spezieller stochastischer Prozess, verstanden. Erneuerungsprozesse im Verständnis dieser Richtlinie sind nicht mit den technischen Prozessen zur Instandhaltung oder Wiederherstellung ausgefallener Betrachtungseinheiten zu verwechseln.

Erneuerungsprozesse sind eine gut anwendbare und verhältnismäßig einfache Klasse stochastischer Punktprozesse [1]. Stochastische Punktprozesse modellieren zufällig verteilte Punkte im meist ein-dimensionalen Raum. Im Kontext der Zuverlässigkeit sind dies Zeitpunkte.

Die Bezeichnung „Erneuerungsprozess“ [2] bezieht sich auf eine Betrachtungseinheit, die so lange wie möglich betrieben und bei einem Ausfall sofort wiederhergestellt (englisch: restored) wird. Danach sind Erneuerungsprozesse solche Punktprozesse, bei denen die Abstände zwischen Nachbarpunkten durch identisch verteilte stochastisch unabhängige Zufallsgrößen (z.B. Dauern bis zu einem Ausfall) repräsentiert werden können.

Ein einfacher oder gewöhnlicher Erneuerungsprozess liegt dann vor, wenn $t_0 = 0$ ein Punkt des betrachteten Erneuerungsprozesses ist, siehe Abschnitt 4. Ist $t_0 = 0$ kein Punkt des betrachteten Erneuerungsprozesses, wird er als allgemeiner Erneuerungsprozess bezeichnet, siehe Abschnitt 5.

Wenn es nicht nur einen, sondern zwei sich gegenseitig abwechselnde Typen von Intervallen zwischen benachbarten Punkten gibt, kann dies durch alternierende Erneuerungsprozesse modelliert werden, siehe Abschnitt 6 und Abschnitt 8. Ein (einfach) alternierender Erneuerungsprozess schließt

Preliminary note

The content of this standard has been developed in strict accordance with the requirements and recommendations of the standard VDI 1000.

All rights are reserved, including those of reprinting, reproduction (photocopying, micro copying), storage in data processing systems and translation, either of the full text or of extracts.

The use of this standard without infringement of copyright is permitted subject to the licensing conditions (www.vdi.de/richtlinien) specified in the VDI Notices.

We wish to express our gratitude to all honorary contributors to this standard.

A catalogue of all available parts of this series of standards can be accessed on the Internet at www.vdi.de/4008.

Introduction

The term “renewal process” refers to the mathematical renewal process, a special stochastic process, presented in the following. Renewal processes as understood in this standard should not be confused with the technical processes for the maintenance or restoration of failed items.

Renewal processes are easy to apply and are a relatively simple class of stochastic point processes [1]. Stochastic point processes model randomly distributed points, usually in a one-dimensional space. In the context of reliability, these points are points in time.

The term “renewal process” [2] refers to an item that is operated as long as possible and is restored immediately in case of a failure. According to this, renewal processes are point processes in which the distances between neighbouring points can be represented by identically distributed, stochastically independent random variables (e.g. the time to failure).

A simple or ordinary renewal process exists when $t_0 = 0$ is a point in the renewal process considered (see Section 4). If $t_0 = 0$ is not a point in the renewal process being considered, then the process is referred to as a general renewal process (see Section 5).

If there is not only one, but two types of intervals that alternate between neighbouring points, then the process can be modelled using alternating renewal processes (see Section 6 and Section 8). A (simple) alternating renewal process includes the point $t_0 = 0$, while a general alternating renewal process does not.

den Punkt $t_0 = 0$ ein, ein allgemein alternierender Erneuerungsprozess nicht.

Diese Richtlinie zur Erneuerungstheorie ist überwiegend auf die Diskussion einzelner Komponenten eines Systems zugeschnitten. Darüber hinaus hat sie aber eine weit umfassendere Gültigkeit. Zustandswahrscheinlichkeiten dürfen z.B. bei stochastisch unabhängigen Komponentenzuständen je nach Redundanzen in der Struktur eines Systems beliebig überlagert werden. Vorsicht ist jedoch geboten, wenn auch der Überlagerungsprozess noch ein Erneuerungsprozess sein soll, denn das ist in vielen Anwendungen nicht der Fall.

Voraussetzung zum Verständnis dieser Richtlinie sind Grundkenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Laplace-Transformation. Im Übrigen reichen die in ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen vermittelten Mathematikkenntnisse aus, da weder auf die Grundlagen des Lebesgue-Integrals noch auf Konvergenz-, Stetigkeits- und weitere Probleme eingegangen wird. So werden (außer bei diskreten Zufallsgrößen) Verteilungsfunktionen durchweg als überall differenzierbar angenommen. In jedem Fall sollte vor der Weitergabe eigener theoretischer Resultate, die aus den Ergebnissen dieser Richtlinie hergeleitet wurden, diese durch qualifizierte Personen verifiziert werden.

1 Anwendungsbereich

Die Anwendung von Erneuerungsprozessen erlaubt eine analytische Vorgehensweise, eine Optimierung bei rechnergestützten numerischen Auswertungen und bietet darüber hinaus folgende Vorteile:

- Modellierung komplexer Systeme und Module in ihrer Gesamtheit
- Anschaulichkeit und einfache Nachvollziehbarkeit der Rechenwege
- Verfolgbarkeit des Einflusses einzelner Parameter
- Möglichkeit der Modellvereinfachung und die Einführung von Näherungen

Erneuerungsprozesse eignen sich insbesondere

- zur Modellierung von Systemen, die mit einem Diagnose-Prognose-Management betrieben werden,
- zur Modellierung von Systemen, die zuverlässigkeitsadaptive Eigenschaften aufweisen,
- zur Berechnung der Verteilungsfunktion, der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und der mittleren Dauer bis zum Ausfall $MTTF$ für eine Stand-by-Redundanz mit kritischem Umschalter,

This standard on renewal theory is primarily tailored towards the discussion of individual components of a system. However, it has a much wider applicability. State probabilities can be superposed as desired, for example for stochastically independent component states, depending on the redundancies in the structure of a system. Care should be taken, though, when the superposition process should also be a renewal process because this is not the case in many applications.

A prerequisite for understanding this standard is basic knowledge of probability theory and the Laplace transformation. The mathematical knowledge gained in an engineering degree programme is otherwise sufficient since the standard does not address the fundamentals of the Lebesgue integral or problems of convergence, continuity, etc. This means it is assumed (except for discrete random variables) that the distribution functions are everywhere differentiable. Any theoretical results you obtain that are derived from the results in this standard should always be verified by qualified experts.

1 Scope

The application of renewal processes allows an analytical approach and enables the optimisation of computer-based numerical evaluations in addition to offering the following advantages:

- the ability to model complex systems and modules in their entirety
- calculation methods that are clear and easy to understand
- the ability to trace the influence of individual parameters
- the ability to simplify the model and introduce approximations

Renewal processes are particularly suitable for

- modelling systems operated with a prognostics and health management system,
- modelling systems exhibiting reliability-adaptive properties,
- calculating the distribution function, the probability density function, and the mean time to failure $MTTF$ for a standby redundancy with a critical switch,

- zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass eine wiederherstellbare Komponente zu einem bestimmten Zeitpunkt funktionsfähig ist,
 - zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für die Ausfallfreiheit einer wiederherstellbaren Komponente während eines vorgegebenen Zeitintervalls,
 - zur Planung der Dienste einer Betrachtungseinheit, bevor eine Instandhaltung abgeschlossen ist, und
 - zur Prognose der Belegung einer Instandhaltungseinheit, bevor ein Ausfall auftritt.
- calculating the probability that a restorable component functions reliably at a specific time,
 - calculating the probability that a restorable component will not fail during a specified time interval,
 - planning the services of an item before maintenance is completed, and
 - forecasting the utilisation of a maintenance unit before a failure occurs.